COMBINATORIA INTERMEDIA

$k=0$ $\quad$ $k=1$ $\quad$ $k=2$

$$
\begin{array}{lccccccccc}
m=0 & & & & & 1 & & & & \\
m=1 & & & & 1 & & 1 & & & \\
m=2 & & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
m=3 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
m=4 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & \binom{0}{0} & & & & \\
 & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & \\
 & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & \\
 & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & \\
\binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4}
\end{array}
$$

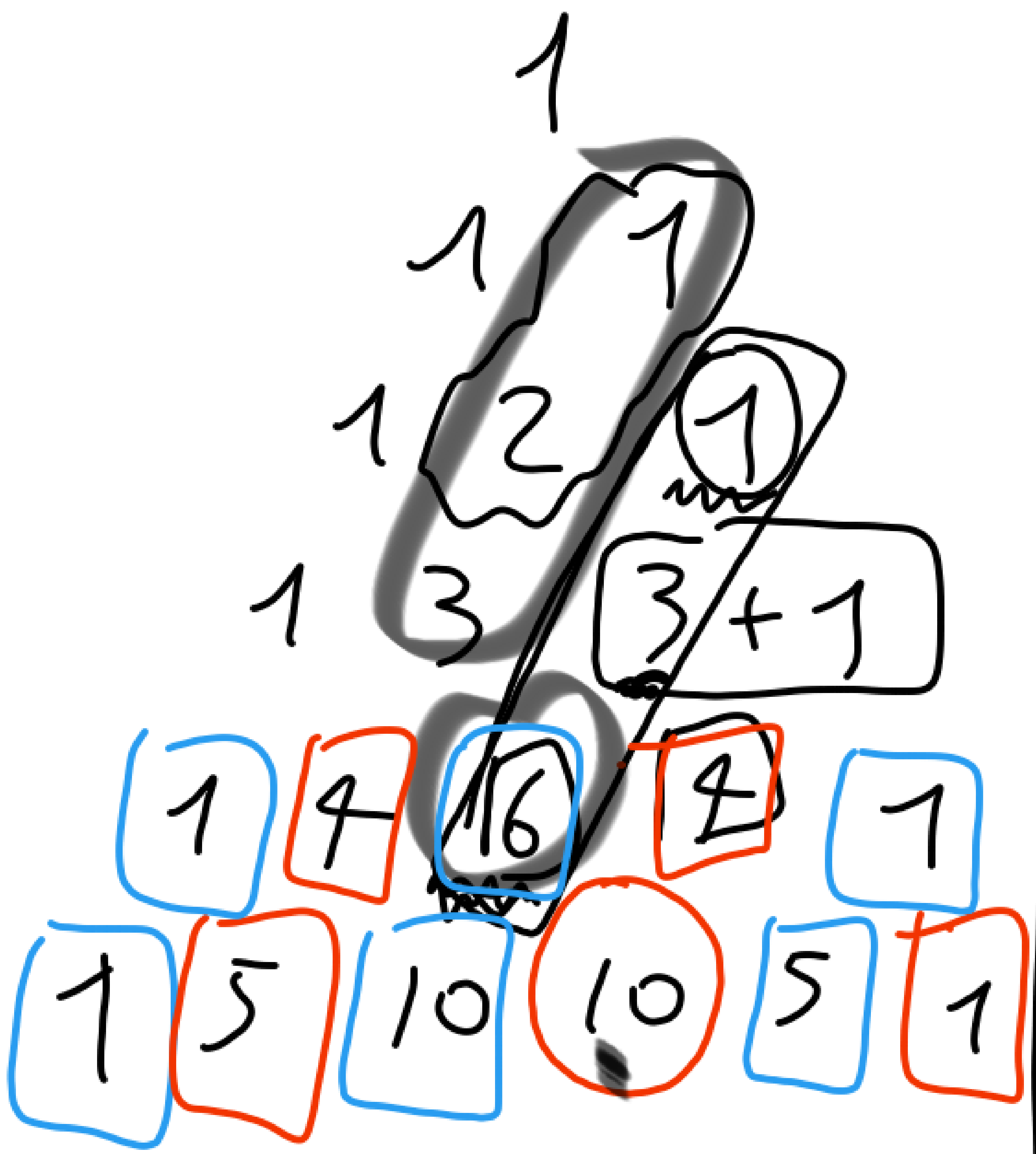
FORMA BINOMIALE

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \cdot 4!}$$

$$\binom{7}{3,4}$$

IN GENERALE $\binom{m}{k} + \binom{m}{k+1} = \binom{m+1}{k+1}$; $\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$

REGOLA DELLA MAZZA DA "HOCKEY"



$$\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}=\binom{5}{3}$$

Es:

$$1+(1+2)+(1+2+3)+\dots+(1+2+\dots+2024)$$

$$\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\dots+\binom{2025}{2}=$$

$$\binom{2026}{3}=\frac{2026\cdot 2025\cdot 2024\cdot}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 2023}$$

$$(a+b)^m = \binom{m}{0} \cdot \underbrace{a^m}_{} \cdot \underbrace{b^0}_{} + \binom{m}{1} \cdot \underbrace{a^{m-1}}_{} \cdot \underbrace{b^1}_{} + \ldots + \binom{m}{m} a^0 \cdot b^m$$

$$(a+b)^4 = 1 \cdot a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1 \cdot b^4$$

$a=1,\ b=1$

$$(1+1)^m = \binom{m}{0} + \binom{m}{1} + \binom{m}{2} + \ldots + \binom{m}{m-1} + \binom{m}{m} = 2^m$$

$a=1,\ b=-1$ $$(1-1)^m = \binom{m}{0} - \binom{m}{1} + \binom{m}{2} \ldots \pm \binom{m}{m} = 0$$

Es:

$$\binom{10}{0}+\binom{10}{1}+\dots+\binom{10}{10}=2^{10}=1024$$

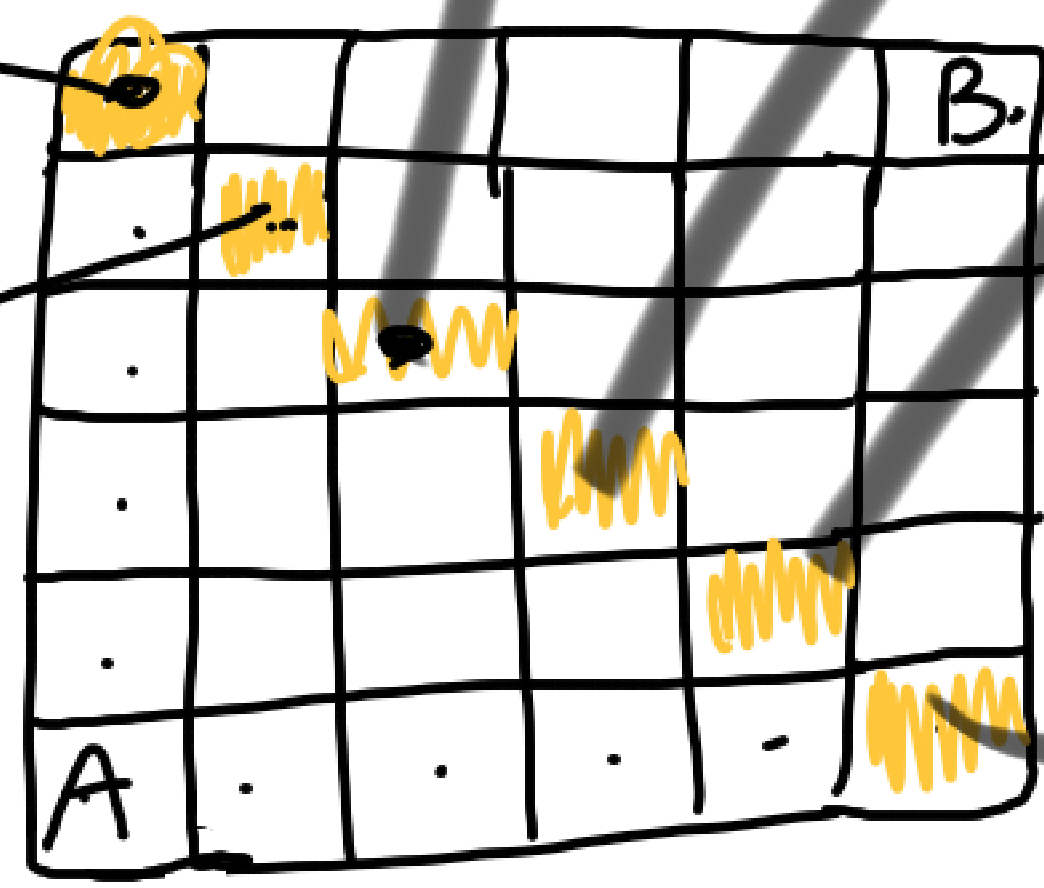
$$\binom{10}{0}+\binom{10}{2}+\dots+\binom{10}{10}=2^{9}=512$$

$$\binom{10}{1}+\binom{10}{3}+\dots+\binom{10}{9}=2^{9}=512$$

$$\binom{100}{0}+\binom{100}{4}+\binom{100}{8}+\dots+\binom{100}{96}+\binom{100}{100}=\,?$$

$$\binom{5}{0}^2+\binom{5}{1}^2+\binom{5}{2}^2+\binom{5}{3}^2+\binom{5}{4}^2+\binom{5}{5}^2=\binom{10}{5}$$

$$\binom{5}{0,5}\cdot\binom{5}{5,0}$$



$$\binom{10}{5,5}$$

$$\binom{5}{1,4}\cdot\binom{5}{4,1}$$

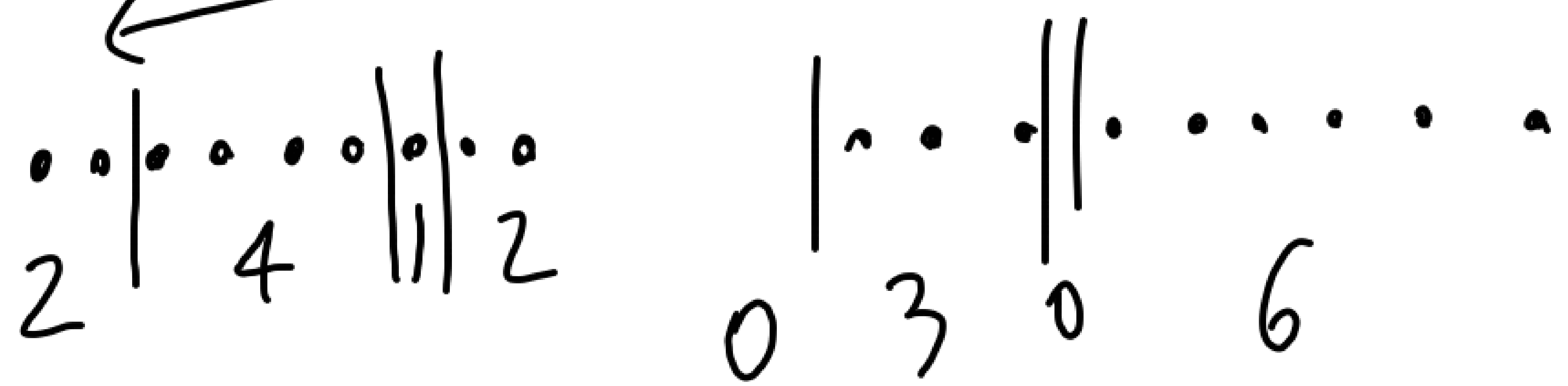
VANDERMONDE

$$\binom{m}{0}^2+\dots+\binom{m}{m}^2=\binom{2m}{m}$$

$$\binom{10}{4}=\binom{10}{6}=\binom{10}{4,6}=\frac{10!}{4!\,6!}=\frac{10\cdot 9\cdot \overset{3}{\cancel{8}}\cdot 7\cdot \cancel{6!}}{\cancel{4\cdot 3\cdot 2}\cdot 1\cdot \cancel{6!}}=210$$

es: $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 9$ $\quad X_1, X_2, X_3, X_4 \in \mathbb{N}$

QUANTE SONO LE SOLUZIONI (QUATERNE ORDINATE)?



QUANTI ANAGRAMMI HA LA PAROLA .... ||| ?

$$= \frac{12!}{9!\,3!}$$

$(m)_k$ = FATTORIALE DISCENDENTE $\qquad (7)_3 = 7 \cdot 6 \cdot 5$

$(m)^k$ = FATTORIALE ASCENDENTE $\qquad (8)^5 = 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$

COMB. SEMPLICI $\qquad C_{m,k} = \dfrac{(m)_k}{k!}$

COMB. CON RIPET. $\qquad C^R_{m,k} = \dfrac{(m)^k}{k!}$

es:

$$A = \{1, 2, \ldots\ldots, 19, 20\}$$

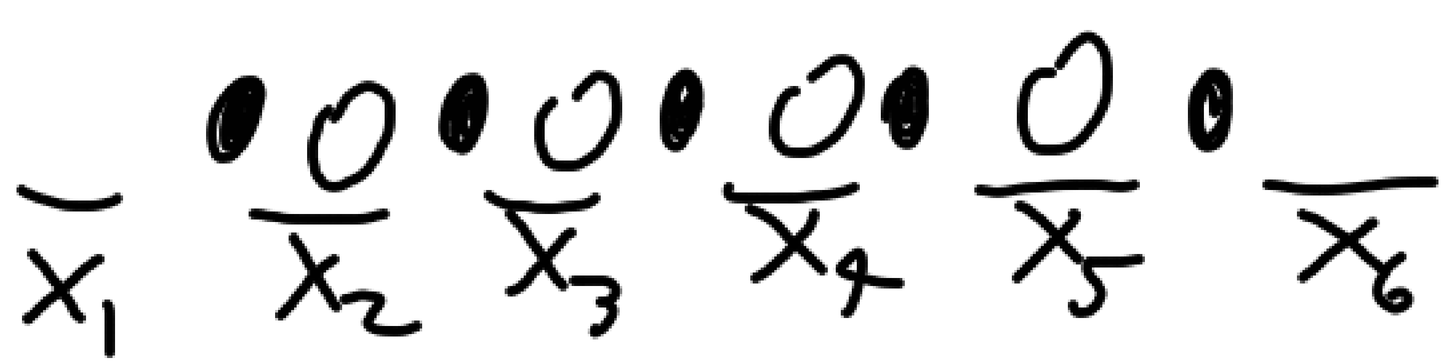
VOGLIO 5 PALLINE MA NON DEVONO ESSERE ALMENO 2 CONSECUTIVE

1°

15 CHE NON PRENDO

HO 16 SPAZI $C_{16,5} = \binom{16}{5}$

2°



5 CHE PRENDO + 4 PER SEPARARE

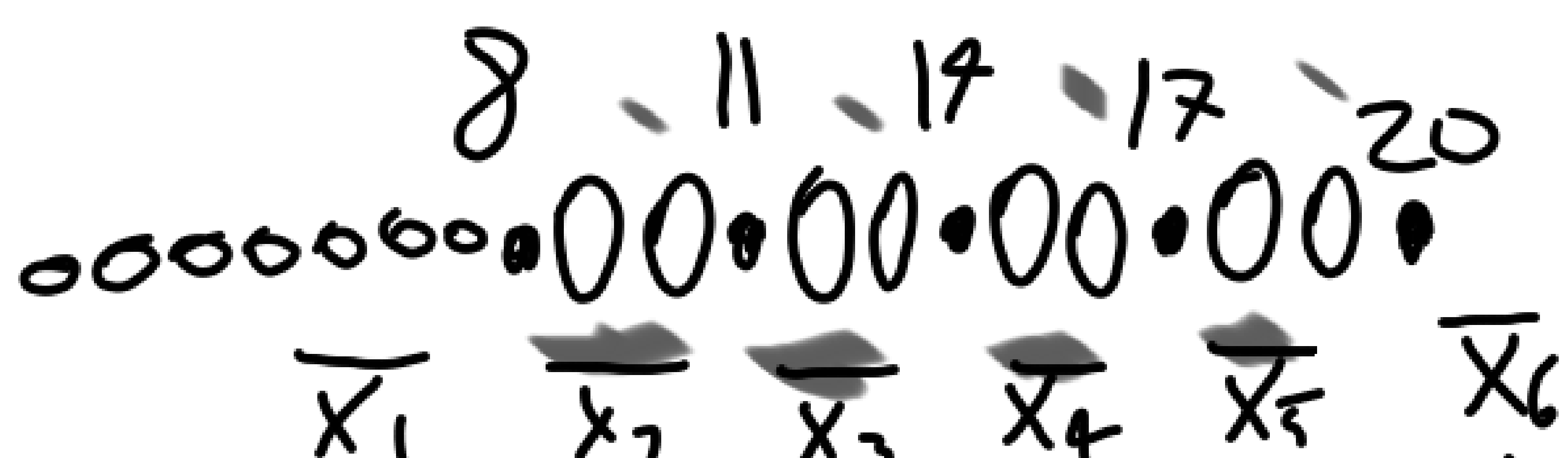
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 11 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \binom{16}{5}$$

b): COME PRIMA MA I NUMERI DIFFERISCONO ALMENO DI 3 (COMPRESO)

3 6 10 14 19 SÌ

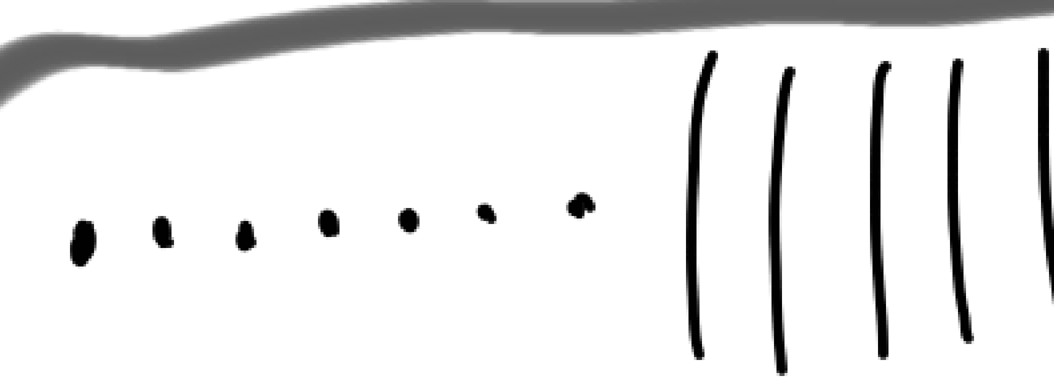
1 ~~5~~ ~~7~~ 12 20 NO

2



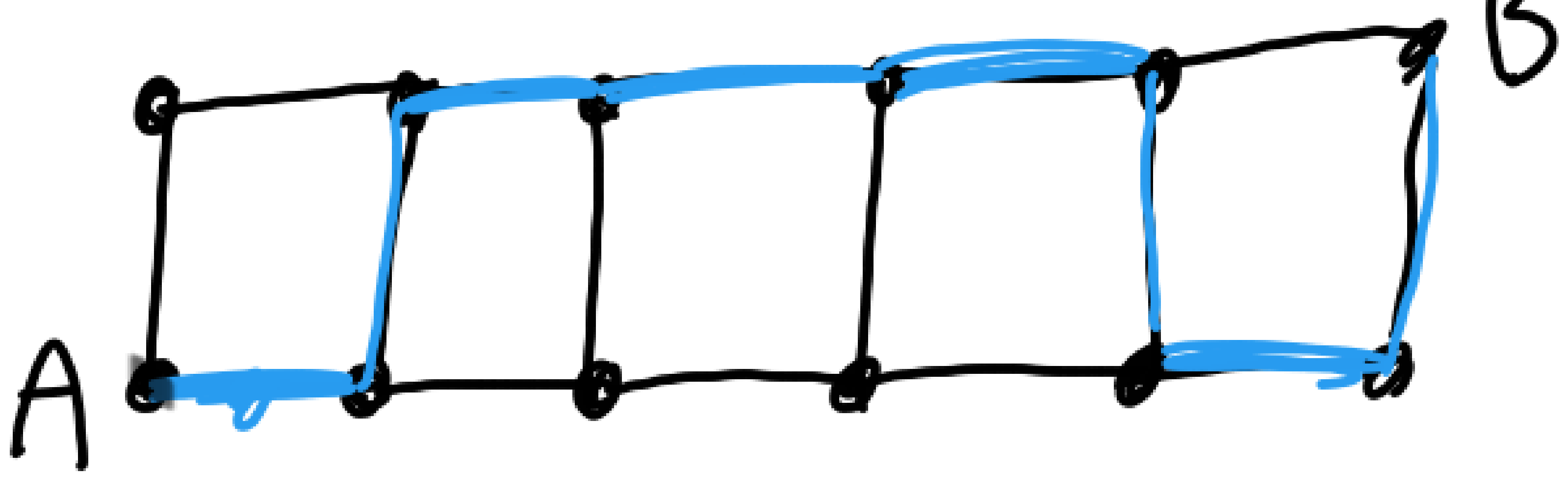
5 CHE PRENDO + $2 \cdot 4$ CHE SEPARANO

6 SPAZI PER $20 - (5 + 2 \cdot 4) =$ 7 PALLINE



$x_1 + \dots + x_6 = 7$

ANAGRAMMA $\binom{12}{5}$



2^5

DA A a B ANDANDO SOLO A DESTRA, ALTO e BASSO SENZA PASSARE PER PUNTI GIÀ "VISITATI"

$A = \{1, \dots, 12\}$ es: $B = \{1, 3, 8, 11\}$ NO

$1 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 11 = 264$

QUANTI SOTTOINSIEMI (NON VUOTI)
IL PRODOTTO TERMINA CON ZERO

SÌ

$C = \{4, 7, 10\}$

280

10
5
$\cancel{2}$ $\cancel{4}$ $\cancel{6}$ $\cancel{8}$ $\cancel{12}$
1 3 7 9 11

- SE C'È 10

$1 \cdot 2^{11} = 2^{11}$

CALCOLO IL COMPLEMENTARE
DI C'È ALMENO UN PARI

$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2^5$

SE NON C'È IL 10
ALLORA C'È PER FORZA IL 5 e ALMENO UN PARI

$1 \cdot 1 \cdot 2^{10} - 2^5$

$2^{11} + 2^{10} - 2^5$

ex: $m \in \mathbb{Z}^+$ $\underbrace{a_1, \dots, a_m}$ INTERI POSITIVI TUTTI DISTINTI (ORDINATI)

$$\text{mcm}(a_1, \dots, a_m) = 160 = \boxed{2^5 \cdot 5} \qquad d(160) = 6 \cdot 2$$

QUANTE SONO LE POSSIBILI M-PLE CHE SODDISFANO?

es:

$n = 1$ $\boxed{a_1 = 160}$ ok

$m = 1$ $a_1 = 37$ NO

$m = 2$ $\boxed{a_1 = 2 \quad a_2 = 160}$ ok $(2, 160)$

$m = 3$ $\underbrace{a_1 = 1 \quad a_2 = 1}_{\text{DEVONO ESSERE DIVERSE}}$ $a_3 = 160$ NO

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

MOSSA: PRENDO UNA CIFRA E LA METTO ALL'INIZIO (SINISTRA)

IN QUANTI MODI POSSO FARE UNA TERNA DI MOSSE IN MODO CHE IL "2" E IL "5" SIANO VICINI. 82

1°: SPOSTO 3 E 4 ~~E~~ EVENTUALME ALTRO (MA NON 2 E 5)

2°: SPOSTO PRIMA IL "5" POI "0" E "1"

3°: SPOSTO "2" "5" E ALTRO

1A: $2^3 - 2 = 6$

1B: $6 \cdot 3! = 36$

2: $1 \cdot 2! = 2$

3A: $2^3 - 2 = 6$

3B: $8 \cdot (3! - 2) = 32$